支配関係に基づくラフ集合における属性縮約とその計算法 (不確実性と意思決定の数理)

AUTHOR(S):

楠木, 祥文; 乾口, 雅弘

CITATION:

楠木, 祥文 ...[et al]. 支配関係に基づくラフ集合における属性縮約とその計算法 (不確実性と意思決定の数理). 数理解析研究所講究録 2009, 1636: 126-133

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

http://hdl.handle.net/2433/140491

数理解析研究所講究録
第 1636 巻 2009 年 126-133

支配関係に基づくラフ集合における属性縮約とその計算法

大阪大学大学院基礎工学研究科 楠木 祥文 (Yoshifumi Kusunoki)
大阪大学大学院基礎工学研究科 乾口 雅弘 (Masahiro Inuiguchi)
Graduate School of Engineering Science, Osaka University

1 はじめに

ラフ集合 [6] は決定表の解析に応用されており, その有用性により, ラフ集合に基づく解析手法はパターン認識, 機械学習, 知識発見, 医療診断, 決定解析, 感性工学などに用いられている [3]. 古典的なラフ集合は識別不能関係に基づいて定義される. 識別不能関係を用いることは決定表のすべての属性が名義的であることを暗黙に仮定している. しかし, 実際問題においては属性値が順序付けられる場合がある. 例えば, 2 種類のテストの得点と総合評価を表す決定表が考えられる. この例では, 2 種類のテストの得点が高ければ高いほど総合評価も良いというような, 条件属性と決定属性との単調性が仮定できる.

Greco ら [2] は条件属性と決定属性との間に単調性がある場合には, 古典的なラフ集合では適切な解析結果が得られないこと示し, この問題を克服する支配関係に基づくラフ集合 (DRSA (Dominance-Based Rough Set Approach)) を提案している. DRSA では, 支配関係に基づき決定クラスの上側和集合と下側和集合が近似される. 古典的ラフ集合における識別不能関係が支配関係に, 決定クラスがその上側和集合と下側和集合にそれぞれ置き換わり, 古典的ラフ集合に基づく解析と同様な解析が DRSA においても実現できることが知られている.

古典的なラフ集合においてよく取り扱われている属性縮約は以下に述べるように DRSA においても議論されている. 属性縮約により, 冗長な属性を取り除き, 縮約と呼ばれる重要な属性集合を見つけることができる. Susmaga ら [9] は近似の質と呼ばれる測度に基づく縮約を提案している. Shao と Zhang[7] は無矛盾な決定表に対する縮約を議論している. Yang ら [10] は上側和集合または下側和集合の上近似または下近似を保存する縮約を提案している. Inuiguchi と Yoshioka [4] は上側和集合または下側和集合の上近似, 下近似または境界領域を保存する縮約, さらにその組合せを保存する縮約を提案している. Yang らが提案した縮約は Inuiguhi と Yoshioka が提案した縮約に含まれる. それらの縮約は決定クラスの上下和集合の近似を保存するので, 和集合に基づく縮約と呼ばれる. 和集合に基づく種々の縮約の関係は文献 [4] で研究されているが, Susmaga らの縮約と和集合に基づく縮約との関係はまだ議論されていない.

本研究では, DRSA において, 決定クラスの下近似, 上近似, 境界領域を提案し, それらを保存する縮約を議論する. 上下和集合ではなく, 決定クラスの近似を保存するので, それらの縮約をクラスに基づく縮約と呼ぶ. Susmaga らの縮約, 和集合に基づく縮約, クラスに基づく縮約との間にある関係を調べる. さらに, すべての種類の縮約が求められる識別行列 [8] を用いた包括的な縮約列挙法を提案する.

2 支配関係に基づくラフ集合とその縮約

2.1 支配関係に基づくラフ集合 (DRSA)

DRSA [2] では, 順序づけられた属性を持つ決定表を解析する. 決定表は 4 項対 $T = \langle U, C \cup \{d\}, V, f \rangle$ で定義される. ここで, U は対象の有限集合, C は条件属性の有限集合, $d \notin C$ は決定属性, $V = \cup_{q \in C \cup \{d\}} V_q$ は属性値の集合, $f : U \times C \cup \{d\} \to V$ は情報関数である. また, V_q は属性 q の属性値の集合である. 属性集合 $C \cup \{d\}$ は, 序数属性の集合 $C^O \cup \{d\}$ と名義属性の集合 C^N に分割される. 各序数属性 $q \in C^O \cup \{d\}$ に対して, その属性値集合 V_q に基づく対象集合 U 上の弱順序 $\succeq_q$ を仮定する. ここで, 弱順序は反射性, 推移性, 比較可能性を満たす. 関係 $x \succeq_q y$ は "属性 q に関して x は y より少なくとも同じくらい良い" と解釈される. 名義属性 $a \in C^N$ に対して, 関係 $=_a$ を $x =_a y \Leftrightarrow f(x,a) = f(y,a)$ と定義する. 関係 $=_a$ は, 反射性, 対称性, 推移性を満たし, 同値関係となる. 背景知識として, もしすべての $q \in C^O$ に対して $x \succeq_q y$ かつすべての $a \in C^N$ に対して $x =_a y$ ならば $x \succeq_d y$ であるという単調性を仮定する.

条件属性 $q \in C$ に対して, 対象集合上の関係 D_q をつぎのように定義する.

$$xD_qy \Leftrightarrow \begin{cases} x \succeq_q y & q \in C^O \\ x =_q y & q \in C^N \end{cases} \tag{1}$$

関係 D_q は, 反射性と推移性を満たし, 予順序となる. 条件属性集合 $P \subseteq C$ に対して, 支配関係 D_P を $xD_Py \Leftrightarrow \forall q \in P, xD_qy$ と定義し, xD_Py が成り立つとき, P に関して x は y を支配するという. 決定属性 d により対象集合 U は $\mathcal{C} = \{Cl_1, Cl_2, \ldots, Cl_n\}$ と分割される. 簡単のため, $T = \{1, 2, \ldots, n\}$ を定義し, $s > t \Leftrightarrow \forall x \in Cl_s, \forall y \in Cl_t, x \succ_d y$ と仮定する.

DRSA では, 決定クラス Cl_t ではなく, 条件属性に関する支配関係によって, 上側和集合 $Cl_t^{\geq} = \bigcup_{k \geq t} Cl_k$ と下側和集合 $Cl_t^{\leq} = \bigcup_{k \leq t} Cl_k$ が近似される. ここで, $Cl_1^{\geq} = Cl_n^{\leq} = U$, $Cl_t^{\geq} = U - Cl_{t-1}^{\leq}, (t \geq 2)$ となる. 支配関係 $D_P (P \subseteq C)$ を用いると, 対象 x を支配する集合 $D_P^+(x) = \{y \in U \mid yD_Px\}$ と x に支配される集合 $D_P^-(x) = \{y \in U \mid xD_Py\}$ が定義できる. 条件属性集合 P に対する $Cl_t^{\geq}$ の上下近似はつぎのように定義される.

$$\overline{P}(Cl_t^{\geq}) = \{x \in U \mid D_P^-(x) \cap Cl_t^{\geq} \neq \emptyset\}, \ \underline{P}(Cl_t^{\geq}) = \{x \in U \mid D_P^+(x) \subseteq Cl_t^{\geq}\} \tag{2}$$

同様に, $Cl_t^{\leq}$ の上下近似はつぎのように定義される.

$$\overline{P}(Cl_t^{\leq}) = \{x \in U \mid D_P^+(x) \cap Cl_t^{\leq} \neq \emptyset\}, \ \underline{P}(Cl_t^{\leq}) = \{x \in U \mid D_P^-(x) \subseteq Cl_t^{\leq}\} \tag{3}$$

上近似と下近似の差集合は境界領域と呼ばる.

$$Bn_P(Cl_t^{\geq}) = \overline{P}(Cl_t^{\geq}) - \underline{P}(Cl_t^{\geq}), \ Bn_P(Cl_t^{\leq}) = \overline{P}(Cl_t^{\leq}) - \underline{P}(Cl_t^{\leq}) \tag{4}$$

一般化決定クラス [1] は第 4 節で提案する識別行列において重要な役割を果たす. $P \subseteq C$, $x \in U$ とする. 条件属性集合 P に基づく一般化決定クラス $\delta_P(x)$ は $\delta_P(x) = \langle l_P(x), u_P(x) \rangle$

と定義される．ただし，$l_P(x)$, $u_P(x)$ はつぎのように定められる．

$$l_P(x) = \min\{t \in T \mid D_P^+(x) \cap Cl_t \neq \emptyset\} \tag{5}$$

$$u_P(x) = \max\{t \in T \mid D_P^-(x) \cap Cl_t \neq \emptyset\} \tag{6}$$

$\delta_P(x)$ は対象 x が属する決定クラスの区間を表している．$l_P(x)$ と $u_P(x)$ はそれぞれ x が帰属する下限クラスと上限クラスになる．

2.2 DRSA における縮約

属性縮約はラフ集合理論における重要な概念の一つである．適当な基準に従い，冗長な属性が取り除かれ，縮約と呼ばれる重要な属性集合が求められる．

DRSA における縮約はすでにいくつか提案されている．Susmaga ら [9] は近似の質 $\gamma_P(\mathcal{C})$ を保存する縮約を提案した．ここで，$P \subseteq C$ であり，$\gamma_P(\mathcal{C})$ はつぎのように定義される．

$$\gamma_P(\mathcal{C}) = \frac{|U - \bigcup_{t\in T} Bn_P(Cl_t^{\leq})|}{|U|} \tag{7}$$

本研究では，この縮約を Q 縮約と呼ぶ．Yang ら [10] は欠損データのある決定表に対して 4 種類の縮約を提案している．それらは，上側または下側和集合の上近似または下近似を保存する．Inuiguchi と Yoshioka[4] はいくつかの縮約を提案し，それらの間にある関係を調べている．Inuiguchi と Yoshioka は彼らが提案した縮約の中で三つのものが本質的であることを示している．Yang らの四つの縮約は Inuiguchi と Yoshioka が提案した縮約に含まれる．これらの縮約は上側和集合と下側和集合に基づいているので，和集合に基づく縮約と呼ばれている [4]．

ここで，これらの先行研究で提案された縮約を定義する．

定義 2.1 (Q 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき，かつそのときに限り，P を Q 縮約と呼ぶ．

(Q1) $\gamma_P(\mathcal{C}) = \gamma_C(\mathcal{C})$ である．
(Q2) $\gamma_Q(\mathcal{C}) = \gamma_P(\mathcal{C})$ となる $Q \subset P$ が存在しない．

定義 2.2 (L$^{\geq}$ 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき，かつそのときに限り，P を L$^{\geq}$ 縮約と呼ぶ．

(L1$^{\geq}$) すべての $t \in T$ に対して $\underline{P}(Cl_t^{\geq}) = \underline{C}(Cl_t^{\geq})$ である．
(L2$^{\geq}$) すべての $t \in T$ に対して $\underline{Q}(Cl_t^{\geq}) = \underline{P}(Cl_t^{\geq})$ となるような $Q \subset P$ が存在しない．

定義 2.3 (L$^{\leq}$ 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき，かつそのときに限り，P を L$^{\leq}$ 縮約と呼ぶ．

(L1$^{\leq}$) すべての $t \in T$ に対して $\underline{P}(Cl_t^{\leq}) = \underline{C}(Cl_t^{\leq})$ である．
(L2$^{\leq}$) すべての $t \in T$ に対して $\underline{Q}(Cl_t^{\leq}) = \underline{P}(Cl_t^{\leq})$ となるような $Q \subset P$ が存在しない．

定義 2.4 (L$^{\diamond}$ 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき，かつそのときに限り，P を L$^{\diamond}$ 縮約と呼ぶ．

(L1°) すべての $t \in T$ に対して $\underline{P}(Cl_t^{\geq}) = \underline{C}(Cl_t^{\geq})$ かつ $\underline{P}(Cl_t^{\leq}) = \underline{C}(Cl_t^{\leq})$ である.
(L2°) すべての $t \in T$ に対して $\underline{Q}(Cl_t^{\geq}) = \underline{P}(Cl_t^{\geq})$ かつ $\underline{Q}(Cl_t^{\leq}) = \underline{P}(Cl_t^{\leq})$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.
また, 明らかに L° 縮約は (L1$^{\geq}$) と (L1$^{\leq}$) を満たす.

3 クラスに基づく縮約

本節では DRSA における新たな縮約を提案する. これらをクラスに基づく縮約と呼ぶ. クラスに基づく縮約を定義するために, 決定クラスの上近似と下近似をつぎのように定義する.

$$\overline{P}(Cl_t) = \overline{P}(Cl_t^{\geq}) \cap \overline{P}(Cl_t^{\leq}),\ \underline{P}(Cl_t) = \underline{P}(Cl_t^{\geq}) \cap \underline{P}(Cl_t^{\leq}) \tag{8}$$

この定義は $Cl_t = Cl_t^{\geq} \cap Cl_t^{\leq}$ とのアナロジーにより得られている. 決定クラスの境界領域は上下近似の差集合 $Bn_P(Cl_t) = \overline{P}(Cl_t) - \underline{P}(Cl_t)$ で定義する.

決定クラスの上下近似と境界領域に基づき三つの縮約を定義する. 第一の縮約はすべての決定クラスについてその下近似を保存する. これを L 縮約と呼ぶ. 第二の縮約はすべての決定クラスについてその上近似を保存する. これを U 縮約と呼ぶ. そして, 第三の縮約はすべての決定クラスについてその境界領域を保存する. これを B 縮約と呼ぶ. これらの縮約はつぎのように定義される.

定義 3.1 (L 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を L 縮約と呼ぶ.
(L1) すべての $t \in T$ に対して $\underline{P}(Cl_t) = \underline{C}(Cl_t)$ である.
(L2) すべての $t \in T$ に対して $\underline{Q}(Cl_t) = \underline{P}(Cl_t)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

定義 3.2 (U 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を U 縮約と呼ぶ.
(U1) すべての $t \in T$ に対して $\overline{P}(Cl_t) = \overline{C}(Cl_t)$ である.
(U2) すべての $t \in T$ に対して $\overline{Q}(Cl_t) = \overline{P}(Cl_t)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

定義 3.3 (B 縮約) $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を B 縮約と呼ぶ.
(B1) すべての $t \in T$ に対して $Bn_P(Cl_t) = Bn_C(Cl_t)$ である.
(B2) すべての $t \in T$ に対して $Bn_Q(Cl_t) = Bn_P(Cl_t)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

DRSA における縮約の間にはつぎのような関係がある [5].

定理 3.1 つぎが成立する.

(a) U 縮約は (L1) を満たす.

(b) U 縮約, B 縮約, L° 縮約は同値である.

(c) L 縮約と Q 縮約とは同値である.

結果として, 縮約の関係は図 1 のようになる.

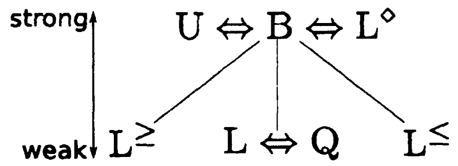

図 1: DRSA における縮約の関係

4 包括的な識別行列による縮約列挙法

4.1 一般化決定クラスに基づく縮約

識別行列はすべての縮約を列挙するためによく用いられている. $\mathrm{L}^{\geq}$, $\mathrm{L}^{\leq}$, L° 縮約に適した識別行列がすでに提案されている [4, 10]. Q 縮約に対しては, 識別行列に似た方法が提案されている [9]. したがって, DRSA におけるすべての種類の縮約は過去に提案された方法で列挙できる.

本節では, 新たな識別行列を提案する. この識別行列は, 上側和集合と下側和集合の上下近似の代わりに, より計算コストの低いすべての対象についての一般化決定クラスを求めるだけでよく, 効率的に求められる.

ここで, 一般化決定クラスに基づく縮約を導入する.

定義 4.1 **(δ 縮約)** $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を δ 縮約と呼ぶ.

(δ1) すべての $x \in U$ に対して $\delta_P(x) = \delta_C(x)$ である.
(δ2) すべての $x \in U$ に対して $\delta_Q(x) = \delta_P(x)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

定義 4.2 **(Lδ 縮約)** $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を Lδ 縮約と呼ぶ.

(Lδ1) すべての $x \in U$ に対して $l_C(x) = u_C(x) \Rightarrow \delta_P(x) = \delta_C(x)$ である.
(Lδ2) すべての $x \in U$ に対して $l_C(x) = u_C(x) \Rightarrow \delta_Q(x) = \delta_P(x)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

定義 4.3 **(l 縮約)** $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を l 縮約と呼ぶ.

(l1) すべての $x \in U$ に対して $l_P(x) = l_C(x)$ である.
(l2) すべての $x \in U$ に対して $l_Q(x) = l_P(x)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

定義 4.4 **(u 縮約)** $P \subseteq C$ がつぎの条件を満たすとき, かつそのときに限り, P を u 縮約と呼ぶ.

(u1) すべての $x \in U$ に対して $u_P(x) = u_C(x)$ である.
(u2) すべての $x \in U$ に対して $u_Q(x) = u_P(x)$ となるような $Q \subset P$ が存在しない.

一般化決定クラスの縮約と種々の縮約との対応関係はつぎ定理で示される [5].

定理 4.1 つぎが成立する.

(a) δ 縮約と U 縮約 (B 縮約, L° 縮約) とは同値である.

(b) Lδ 縮約と L 縮約 (Q 縮約) とは同値である.

(c) l 縮約と L$^{\geq}$ 縮約とは同値である.

(d) u 縮約と L$^{\leq}$ 縮約とは同値である.

4.2 識別行列と識別関数

定理 4.1 からわかるように, l_C を保存すれば L$^{\geq}$ 縮約が, u_C を保存すれば L$^{\leq}$ 縮約が, l_C と u_C の両方を保存すれば U 縮約が求められる. さらに, l_C と u_C が等しい対象に対して l_C と u_C の両方を保存すれば L 縮約が求められる. つまり, l_C または u_C を保存するような識別行列を構成できれば, これらの縮約を計算できると考えられる. 式 (5) から, ある対象 x に関して $l_C(x) = l_P(x)$ にするには, その対象を支配する集合 $D_P^+(x)$ に $l_C(x)$ より小さなクラスの対象が含まれないようにすれば良い. 反対に, 式 (6) から, ある対象 x に関して $u_C(x) = u_P(x)$ にするには, その対象が支配する集合 $D_P^-(x)$ に $u_C(x)$ より大きなクラスの対象が含まれないようにすれば良い. これに基づき識別行列 M^l, M^u をつぎのように定義する.

定義 4.5 l 識別行列 $M^l = (m_{ij}^l)_{i,j=1,\dots,|U|}$ はつぎに示す (i,j) 成分 m_{ij}^l で構成される.

$$m_{ij}^l = \begin{cases} \{q \in C \mid x_j \neg D_q x_i\} & f(x_j, d) < l_C(x_i) \\ C & \text{その他} \end{cases} \tag{9}$$

対して, u 識別行列 $M^u = (m_{ij}^l)_{i,j=1,\dots,|U|}$ はつぎに示す (i,j) 成分 m_{ij}^u で構成される.

$$m_{ij}^u = \begin{cases} \{q \in C \mid x_i \neg D_q x_j\} & f(x_j, d) > u_C(x_i) \\ C & \text{その他} \end{cases} \tag{10}$$

ここで, $x \neg D_P y$ は $x D_P y$ が成立しないことを示す. ある対象 x に対して, その対象に対応する M^l の行にあるすべての要素と共通集合を持つような条件属性集合 P は $l_C(x) = l_P(x)$ を満たす. 反対に, その対象に対応する M^u の行にあるすべての要素と共通集合を持つような条件属性集合 P は $u_C(x) = u_P(x)$ を満たす. つまり, L$^{\geq}$, L$^{\leq}$, U, L 縮約は, それぞれ, つぎのブール関数 $F^{\geq}$, $F^{\leq}$, F^{U}, F^{L} の主項と対応する.

$$F^{\geq}(\tilde{q}_1^P, \dots, \tilde{q}_{|C|}^P) = \bigwedge_{1 \leq i,j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^l} \tilde{q}^P \tag{11}$$

$$F^{\leq}(\tilde{q}_1^P, \dots, \tilde{q}_{|C|}^P) = \bigwedge_{1 \leq i,j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^u} \tilde{q}^P \tag{12}$$

$$F^{\mathrm{U}}(\tilde{q}_1^P, \dots, \tilde{q}_{|C|}^P) = \bigwedge_{1 \leq i,j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^l} \tilde{q}^P \wedge \bigwedge_{1 \leq i,j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^u} \tilde{q}^P \tag{13}$$

$$F^{\mathrm{L}}(\tilde{q}_1^P, \dots, \tilde{q}_{|C|}^P) = \bigwedge_{i: l_C(x_i) = u_C(x_i)} \bigwedge_{1 \leq j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^l} \tilde{q}^P \wedge \bigwedge_{i: l_C(x_i) = u_C(x_i)} \bigwedge_{1 \leq j \leq |U|} \bigvee_{q \in m_{ij}^u} \tilde{q}^P \tag{14}$$

表 1: 決定表

生徒	数学	物理	国語	評価	l_C	u_C
S_1	優	優	優	優	優	優
S_2	優	優	良	良	良	優
S_3	良	優	良	優	良	優
S_4	可	良	優	良	良	良
S_5	良	可	良	可	可	良
S_6	良	可	可	良	可	良
S_7	可	可	可	可	可	可

ここで, $\tilde{q}_i^P$ は $q_i \in C$ と $P \subseteq C$ に対応するブール変数である.

$$\tilde{q}_i^P = \begin{cases} 1 & q_i \in P \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \tag{15}$$

提案した識別行列は従来のものに対して二つの利点をもつ. まず, 提案した識別行列では和集合の上下近似を計算する必要はなく, すべての対象 x について $l_C(x)$ と $u_C(x)$ を計算するのみでよい. したがって, 計算効率性が高い. また, いずれの種類の縮約でもただ二つの識別行列から導くことができるという包括性がある.

例 4.1 決定表が表 1 のように与えられているとする. この決定表はある学校に通う生徒の評価を表している. 対象は生徒 7 人である. すなわち, $U = \{S_1, S_2, \ldots, S_7\}$ である. 条件属性は数学 (q_1), 物理 (q_2), 国語 (q_3) の成績であり, 対して決定属性 (d) は総合評価である. つまり, $C = \{q_1, q_2, q_3\}$ である. さらに, ある生徒が他のある生徒と比べて, すべての教科について成績が少なくとも同じくらい良いならば, 総合評価においても少なくとも同じくらい良いと仮定する. 下限 l_C と上限 u_C は表 1 のようになる.

識別行列 M^l, M^u は表 2, 3 のようになる. * 印の付いている行はある決定クラスの下近似に含まれていることを示している. 識別関数 $F^{\geq}$, $F^{\leq}$, F^{U}, F^{L} はつぎのようになる.

$$F^{\geq}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) = \tilde{q}_2 \wedge \tilde{q}_3 \wedge (\tilde{q}_1 \vee \tilde{q}_2) \wedge (\tilde{q}_2 \vee \tilde{q}_3) = \tilde{q}_2 \wedge \tilde{q}_3 \tag{16}$$

$$F^{\leq}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) = \tilde{q}_1 \wedge \tilde{q}_2 \wedge (\tilde{q}_1 \vee \tilde{q}_2) \wedge (\tilde{q}_2 \vee \tilde{q}_3) = \tilde{q}_1 \wedge \tilde{q}_2 \tag{17}$$

$$F^{\mathrm{U}}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) = F^{\geq}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) \wedge F^{\leq}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) = \tilde{q}_1 \wedge \tilde{q}_2 \wedge \tilde{q}_3 \tag{18}$$

$$\begin{aligned} F^{\mathrm{L}}(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) &= (\tilde{q}_3 \wedge (\tilde{q}_1 \vee \tilde{q}_2) \wedge (\tilde{q}_2 \vee \tilde{q}_3)) \wedge (\tilde{q}_1 \wedge (\tilde{q}_1 \vee \tilde{q}_2) \wedge (\tilde{q}_2 \vee \tilde{q}_3)) \\ &= \tilde{q}_1 \wedge \tilde{q}_3 \end{aligned} \tag{19}$$

結局, 唯一の $\mathrm{L}^{\geq}$ 縮約として $\{q_2, q_3\}$, 唯一の $\mathrm{L}^{\leq}$ 縮約として $\{q_1, q_2\}$, 唯一の U 縮約として $C = \{q_1, q_2, q_3\}$, 唯一の L 縮約として $\{q_1, q_3\}$ を得る. この例より, $\mathrm{L}^{\geq}$, $\mathrm{L}^{\leq}$, U, L 縮約は互いに異なる場合があることがわかる.

表 2: 表 1 に関する l 識別行列 M^l

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
S_1^*	C	$\{q_3\}$	C	$\{q_1, q_2\}$	C	C	C
S_2	C	C	C	C	$\{q_1, q_2\}$	C	C
S_3	C	C	C	C	$\{q_2\}$	C	C
S_4^*	C	C	C	C	$\{q_2, q_3\}$	C	$\{q_2, q_3\}$
S_5	C	C	C	C	C	C	C
S_6	C	C	C	C	C	C	C
S_7^*	C	C	C	C	C	C	C

表 3: 表 1 に関する u 識別行列 M^u

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
S_1^*	C	C	C	C	C	C	C
S_2	C	C	C	C	C	C	C
S_3	C	C	C	C	C	C	C
S_4^*	$\{q_1, q_2\}$	C	$\{q_1, q_2\}$	C	C	C	C
S_5	C	C	$\{q_2\}$	C	C	C	C
S_6	C	C	$\{q_2, q_3\}$	C	C	C	C
S_7^*	C	C	C	$\{q_2, q_3\}$	C	$\{q_1\}$	C

5 おわりに

本研究では, DRSA における属性縮約を議論した. クラスに基づく縮約を提案し, 先の研究で提案された縮約との関係を明らかにした. さらに, 一般化決定クラスに基づく二つの識別行列を提案し, すべての種類の縮約がこれらによって列挙できることを示した. これにより, 効率的に縮約を求めることができる.

参考文献

[1] Dembczyński, K., Greco, S., Kotłowski, W., Słowiński, R.: Quality of rough approximation in multi-criteria classification problems, In: [3], pp.318–327, 2006

[2] Greco, S., Matarazzo, B., Slowinski, R.: Rough set theory for multicriteria decision analysis, *European Journal of Operational Research*, Vol.129, No.1, pp.1–47, 2001

[3] Greco, S., Hata, Y., Hirano, S., Inuiguchi, M., Miyamoto, S., Nguyen, H. S., Słowiński, R. (Eds.): *Rough Sets and Current Trends in Computing, LNAI 4259*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006

[4] Inuiguchi, M., Yoshioka, Y.: Several reducts in dominance-based rough set approach, In: V.-N. Huynh et al. (Eds.) *Interval/Probabilistic Uncertainty and Non-classical Logics*, ASC46, pp.163–175, 2008

[5] Kusunoki, Y., Inuiguchi, M.: A comprehensive study on reducts in dominance-based rough set approach, In: V. Torra, Y. Narukawa (Eds.): *Modeling Decisions for Artificial Intelligence, LNAI 5285*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008

[6] Pawlak, Z.: Rough sets, *International Journal of Information and Computer Sciences*, Vol.11, No.5, pp.341–356, 1982

[7] Shao MW, Zhang WX Dominance relation and rules in an incomplete ordered information system. *International Journal of Intelligent Systems*, Vol.20, pp.13–27, 2005

[8] Słowiński, R. (Ed.): *Intelligent Decision Support*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1992

[9] Susmaga, R., Słowiński, R., Greco, S., Matarazzo, B.: Generation of reducts and rules in multi-attribute and multi-criteria classification, *Control and Cybernetics*, Vol.29, No.4, pp.969–988, 2000

[10] Yang, X., Yang, J, Wu, C., Yu, D.: Dominance-based rough set approach and knowledge reductions in incomplete ordered information system, *Information Sciences*, Vol.178, No.4, pp.1219–1234, 2008